

II. Steady and irrotational flow:- If the motion is steady then $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$

$$\Rightarrow \int \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} q^2 + \Omega = \text{constant}$$

If the fluid is homogeneous and incompressible then variation of density remain constant. then

$$\boxed{\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} q^2 + \Omega = \text{constant}}$$

This is known as Bernoulli's equation for steady and irrotational flow.



Euler's equations of motion:-

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = -X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = -Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = -Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}$$



Similarly about y axis and z axis we have

$$-\frac{\partial}{\partial y} (\rho v) \delta x \delta y \delta z \text{ along y axis}$$

And
$$-\frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \delta x \delta y \delta z \text{ along z axis}$$

Total excess of mass through the \square^d

$$= -\left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w)\right] \delta x \delta y \delta z \text{ --- (1)}$$

Total mass inside the Parallelepiped

$$= \rho \delta x \delta y \delta z$$

Rate of increase in the mass inside the Parallelepiped

$$= \frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \text{ --- (2)}$$

From (1) and (2)

Rate of mass accumulation = Rate of mass in - Rate of mass out

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z = -\left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w)\right] \delta x \delta y \delta z$$

or
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0$$

$$\delta x \delta y \delta z \neq 0$$

or
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

i.e.
$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0$$

or
$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho (\nabla \cdot \mathbf{q}) = 0$$

known as eqⁿ of continuity in cartesian

रोशनी ही रोशनी...
 ऐसा तो कभी नहीं दे...
 कि पांच सौ फ्लैट वाली सुपर...
 पड़ोस सोसायटी में नौ बजते ही स...
 की आवाजों में पहुंच गए। प...
 रोशनी ही रोशनी नजर आ रही...
 । इस तरह का नजारा देखकर...
 लोगों ने यही कहा कि पहले कभी...
 ऐसा नहीं देखा। यहीं नहीं बलिया...
 बिजली बंधा आईयास मिथास पले...
 जोड़ेंगी ही या फिर शास्त्रीनगर...
 बलवाट नाराय सोसायटी। नए...
 केसत होने सोलका सोसायटी को...
 पर साकेत मुज। अमल राजन...
 । कोटपाई समेत इहर की...
 सोसायटी में यही नजारा...
 शहर की कारोबारियों की...
 करें तो बापरनगर, सदर...
 वेस्टर्न कचहरी रोड...
 र, रक्षापुरम, डिपेंस...
 में, गढ़ रोड, हापुड अड्डा...
 पर जागृति विहार का...
 साकेत हो या फिर...
 । परतापुर, रिखानी...
 हो या फिर भागपत रोड...
 नसाही रोड, कोतवाली...
 हा इलाका। सभी टीपे...
 लगभग रहे थे। गांवों में...
 तक रोशनी दिखाकर...
 देरा दिया। पुलिस की...
 की बजे खास इंतजाम...
 में पर हुटर बजाकर...
 दिया तो कहीं पर...
 रन लाइट के साथ

जलार्द्र लालटेन।

जाला
 लाल का।

लिए
 नाक
 प्रगर

नंबर
017595539
 पर कॉल या व्हाट्सएप करें।

अधिक जानकारी के लिए सम्पर्क करें
 शास्त्रीनगर - 7409776704
 सदर

ही रोशनी...
कभी नहीं देखा

$$= K \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Ay}{x^2+y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Ax}{x^2+y^2} \right) \right\}$$

$$= KA \left\{ \frac{(x^2+y^2) - 2x^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{(x^2+y^2) - 2y^2}{(x^2+y^2)^2} \right\}$$

Hence the motion is of Potential kind = 0

⇒ motion is irrotational

⇒ Velocity Potential exists.

$$q = -\nabla\phi$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\phi}{\partial x} = -u = \frac{Ay}{x^2+y^2}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = -v = \frac{Ax}{x^2+y^2}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = -w = 0 \Rightarrow \phi \text{ independent of } z$$

$$\phi = \phi(x, y)$$

$$\frac{Ay}{x^2+y^2} \Rightarrow \phi = A \tan^{-1} \frac{x}{y} + f(y)$$

$$\frac{Ax}{x^2+y^2} \Rightarrow \phi = \frac{-Ax}{x^2+y^2} = \frac{A}{1 + \frac{x^2}{y^2}} \quad (-x)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = f'(y) - \frac{Ax}{x^2+y^2}$$

$$f'(y) = 0$$

$$f(y) = \text{constant}$$

$$\phi(x, y) = A \tan^{-1} \frac{x}{y}$$

c is an absolutely constant.

फ्लोट वाली सुपरटेक
टी में नौ बजे ही सभ
ती में पहुंच गए। चा
ती रोशनी नजर आ र
ह का नजारा देखव
ती कहा कि पहले क
देखा। यही नहीं
बधा बाईपास स्थित
हो या फिर शास्त्री
क नान मोर्यावती
नी गोलक चौराहा
रुत कुज। असल
टयाई समेत शा
सावटी में यही
र की कालोनि
तो धापरनगर
स्टन कचहरो
रक्षापुरम,
गड़ रोड, हापुड
। जागृति वि
कित हो
। परतापुर,
हो या फिर बा
लसाडी गेट,
का इलाका।
जगमगा रहे
नट तक रोश
संदेश दिय
त नौ बजे स
कहीं पर ह
देश दिया
सावरन ल
ई।

मरउ

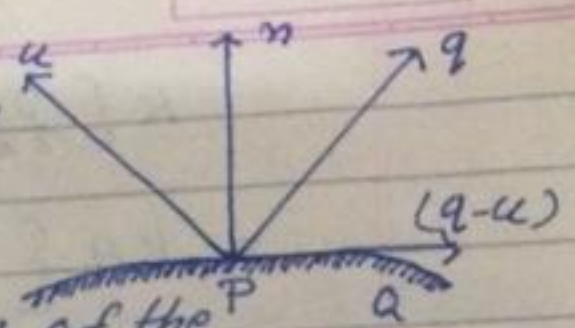
ना

nce
e

ce

Boundary surface:-

$u = \text{velocity of surface}$
 $q = \text{velocity of fluid}$



Consider the equation of the Boundary surface at the Point P
 $F(x, t) = 0$

Let Q be the velocity of surface at Point P

Consider n is the unit normal vector drawn at the Point P on the Boundary surface

Since there must be no relative normal velocity at P between the Boundary and the fluid so we must have

$$q \cdot n = u \cdot n$$

$$\Rightarrow (q - u) \cdot n = 0$$

$$\Rightarrow (q - u) \nabla F \quad [n = \nabla F]$$

At The Point Q

$F(x + \delta x, t + \delta t) = 0$
Expanding by Taylor's theorem

$$F(x, t) + \delta x \nabla F + \delta t \frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

$$\delta x \nabla F + \delta t \frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t} \nabla F = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial t} + u \nabla F = 0$$

As $\frac{\partial t}{\partial t} \rightarrow 0$, $\frac{\partial x}{\partial t} \rightarrow u$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial F}{\partial t} + q \nabla F = 0} \text{ known as eq. of Boundary surface}$$

रोशनी...
नी नहीं देखा
ट वाली सुपरटेक
नी नी बजते ही सभी
ने पहुंच गए। घात
शनी नजर आ रहे
का नजारा देखकर
हा कि पहले का
। यहीं नहीं ब
आइए इस स्थिति
या फिर शास्त्रीय
एक नये रोशनीय
कुंज। अमला ट
इ समेत शहर
श्री में यही न
की कालोनियो
आपरनगर,
में कचहरी
आपुरम, वि
रोड, हापुड अ
जागृति विहार
त हो या
परतापुर, मि
या फिर आगप
साड़ी गेट, को
इलाका। सभ
गमगा रहे थे।
ट तक रोशनी दि
दिश दिया। पु
नी बजे खास
हों पर हटर
दिया तो न
प्रचरन लाइट

के बंगल में फंसी
शनी खों को नई
धरो की बतियां बुझ
की छदसी की रा
ए पूरा शहर अंध
कार की रात शहर
दोस्तों के बीच प्र

बजत
न, 3



र जयंती
मन्
का पालन
सुरक्षित
शासन
देश

र उजा
जोश। सभ
कने के
द्वारा वि
कारण
असुवि
सम्पत्त
क उपर
फल
की हे
नो मोका
क कर
704

I.M.P.
Example 8
26

Obtain Path lines and
Streak lines.

$$q = \left(\frac{x}{t}, y, 0 \right)$$

$$q = iu + jv + kw \\ = \left(\frac{x}{t}, y, 0 \right)$$

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{x}{t} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dt}{t}$$

Integrating we have

$$\log x = \log t + \log A$$

$$x = At$$

$$v = \frac{dy}{dt} = y \Rightarrow \frac{dy}{y} = dt$$

Integrating we have

$$\log y = t + \log B$$

$$y = B e^t$$

$$w = \frac{dz}{dt} = 0 \Rightarrow z = c \text{ constant is}$$

Independent of time

Eqⁿ of the Path can be determine

by Eliminating t between $x, y,$ and z

$$x = At$$

$$y = B e^t$$

$$z = c$$

Consider (x_0, y_0, z_0) be the coordinate of the fluid particle then

$$x_0 = A t_0, \quad y_0 = B e^{t_0}, \quad z_0 = c$$

$$\Rightarrow A = \frac{x_0}{t_0}, \quad B = y_0 e^{-t_0}, \quad c = z_0$$